

# CHAPITRE 7 : Racines carrées d'un nombre positif

## 1. Définition

**Définition :** Soit  $a$  un nombre positif.

On appelle **Racine Carrée de  $a$**  noté  $\sqrt{a}$ , le nombre positif dont le carré est égal à  $a$  :  $(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2} = \dots$   $a \geq 0$

Exemple :  $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = \dots$   $\sqrt{-9}$  n'a pas de sens car  $-9$  est un nombre négatif

**Ex 1 :**  $\sqrt{25} =$   $\sqrt{81} =$   $\sqrt{0} =$   $\sqrt{7} \approx$   $\sqrt{121} =$   
 $\sqrt{-5} =$   $\sqrt{49} =$   $\sqrt{1} =$   $\sqrt{104} \approx$   $\sqrt{0,36} =$

Il faut connaître par ♥ les carrés parfaits

a																
$\sqrt{a}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	20

## 2. Règles de calcul sur les radicaux

**Propriété :**  $a$  et  $b$  sont deux nombres positifs  $\sqrt{a \times b} = \dots\dots\dots$

Exemple :  $\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$   $\sqrt{3} \times \sqrt{45} = \sqrt{3} \times \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{3 \times 3 \times 5} = 3\sqrt{15}$

**Ex 2 :** Donne le résultat sous la forme la plus simple possible :  $\sqrt{18}$   $\sqrt{32}$   $\sqrt{72}$   $\sqrt{80}$   $5\sqrt{32}$   
 $\sqrt{45} \times \sqrt{20}$   $\sqrt{75} \times \sqrt{32}$   $\sqrt{8} \times \sqrt{72} \times \sqrt{125}$

❄  $\sqrt{16+9} =$   $\sqrt{16} + \sqrt{9} =$  **DONC**  $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$   
 Par contre  $\sqrt{a} + \sqrt{a} = \dots\dots$   $2\sqrt{a} + 3\sqrt{a} = \dots\dots$   $4\sqrt{a} - 7\sqrt{a} = \dots\dots$

Exemple :  $\sqrt{45} + \sqrt{20} = \sqrt{9 \times 5} + \sqrt{4 \times 5} = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$

**Ex 3 :** Donne le résultat sous la forme  $a\sqrt{b}$ , ou  $a$  et  $b$  sont des entiers avec  $b$  le plus petit possible :

$\sqrt{18} + \sqrt{32}$   $\sqrt{45} - \sqrt{5}$   $2\sqrt{5} - 7\sqrt{45}$   $2\sqrt{45} - 3\sqrt{80}$   
 $2\sqrt{12} - \sqrt{27}$   $2\sqrt{5} + 2\sqrt{125} - 7\sqrt{45}$   $\sqrt{250} - \sqrt{490}$   $\sqrt{75} + 7\sqrt{3} - 2\sqrt{27}$

**Ex 4 :** Développe et réduis les écritures suivantes :  $\sqrt{2}(3 + \sqrt{2})$   $2\sqrt{3}(2\sqrt{3} - 4\sqrt{5})$   
 $4\sqrt{2} - \sqrt{2}(3 + \sqrt{2})$   $(4 - 5\sqrt{7})^2$   $(4 - \sqrt{5})(4 + \sqrt{5})$   $(2\sqrt{3} - 3)(4 - 5\sqrt{7})$

**Propriété :**  $a$  et  $b$  sont deux nombres positifs Si  $b \neq 0$   $\sqrt{\frac{a}{b}} = \dots\dots\dots$

Exemple :  $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{9 \times 5}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$  Comment écrire un quotient sans radical au dénominateur ?  $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dots\dots\dots$

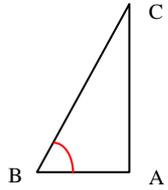
**Ex 5 :** Donne le résultat sous la forme la plus simple possible :  $\sqrt{\frac{25}{16}}$   $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{2}}$   $\sqrt{\frac{16}{27}} \times \sqrt{\frac{3}{50}}$   $\sqrt{\frac{36}{5}} \times \sqrt{\frac{50}{9}}$

## 3. Application

**Trigonométrie :** Dans ABC un triangle rectangle en A :  $\sin \hat{B} = \dots$   $\cos \hat{B} = \dots\dots$   $\tan \hat{B} = \dots\dots$   
 $(\sin \hat{B})^2 + (\cos \hat{B})^2 = \dots$   $\tan \hat{B} = \dots\dots$   $\sin \hat{B} = \dots$

**Ex 6 :** On sait que  $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ . Démontre que  $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$  et que  $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ .

**Ex 7 :** On considère un triangle ABC rectangle et isocèle en A avec  $AB = 3\text{m}$ . Après avoir dessiner la figure, calcule la valeur exacte et simplifiée de BC.



**Ex 8 :** Calcule l'expression  $3x^2 + 2x - 3$  pour  $x = \sqrt{2}$  puis pour  $x = 5\sqrt{3}$

Nom :

/ 20

Ex1 : Ecris sous la forme simplifiée  $a\sqrt{b}$ , b étant un entier le plus petit possible.

/ 5,5

$$\begin{array}{cccc} \sqrt{50} = & \sqrt{45} = & 5\sqrt{27} = & \frac{2}{3}\sqrt{180} = \\ \sqrt{30} \times \sqrt{24} & \sqrt{\frac{9}{2}} \times \sqrt{\frac{8}{3}} & 3\sqrt{3} + 2\sqrt{75} - \sqrt{27} & 3\sqrt{72} - 4\sqrt{2} + 5\sqrt{32} \\ = & = & = & = \end{array}$$

Ex3 :  $A = 2x^2 + 3x - 2$ . Calcule A pour  $x = \sqrt{2}$  et  $x = 2\sqrt{3}$

/ 3

Ex4 : Ecris les fractions suivantes sans radical au dénominateur.

$$\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \quad \frac{1+\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}$$

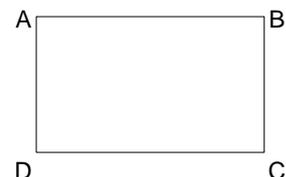
/ 2,5

Ex5 : Développe  $(4 - 3\sqrt{5})^2$  et  $(4\sqrt{3} + 5)(1 - 2\sqrt{2})$

/ 3

Ex6 : Le quadrilatère ABCD est un rectangle où :  $AB = 5 + \sqrt{7}$  et  $AD = 2\sqrt{7}$ .

1. Calcule la valeur simplifiée exacte de AC (justifie).
2. Calcule la valeur simplifiée exacte du périmètre de ABCD
3. Calcule la valeur simplifiée exacte de l'aire de ABCD



/ 6