ACTIVITES NUMERIQUES
(12 points)

Exercice 1 :

1. $A = \frac{2}{7} - \frac{15}{7} \div \frac{5}{4}$

$A = \frac{2}{7} - \frac{15}{7} \times \frac{4}{5}$

$A = \frac{2}{7} - \frac{3 \times 4}{7}$

$A = \frac{2}{7} - \frac{12}{7}$

$\mathbf{A = -\frac{10}{7}}$

2. $B = \frac{4 \times 10^5 \times 15 \times 10^{-3}}{80 \times 10^{-1}}$

$B = \frac{4 \times 3 \times 5 \times 10^5 \times 10^{-3}}{4 \times 4 \times 5 \times 10^{-1}}$

$B = \frac{3 \times 10^{5-3+1}}{4}$

$B = \frac{3 \times 10^3}{4}$

$B = \frac{3000}{4}$

$B = 750$ d'où la forme scientifique : $B = 7{,}5 \times 10^2$

3. $C = \sqrt{75} + 4\sqrt{27} - 5\sqrt{48}$

$C = \sqrt{3 \times 5^2} + 4\sqrt{3 \times 3^2} - 5\sqrt{3 \times 4^2}$

$C = 5\sqrt{3} + 4 \times 3\sqrt{3} - 5 \times 4\sqrt{3}$

$C = 5\sqrt{3} + 12\sqrt{3} - 20\sqrt{3}$

$\mathbf{C = -3\sqrt{3}}$

4. $D = (2 + 4\sqrt{5})(2 - 4\sqrt{5})$

$D = 2^2 - (4\sqrt{5})^2$

$D = 4 - 4^2 \times 5$

$D = 4 - 80$

$D = -76$ D est donc un entier relatif

Exercice 2 :

On considère l'expression $E = (3x + 2)^2 - (3x + 2)(x + 7)$.

1. Développons :

$E = (3x + 2)^2 - (3x + 2)(x + 7)$

$E = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 - (3x^2 + 21x + 2x + 14)$

$E = 9x^2 + 12x + 4 - 3x^2 - 21x - 2x - 14$

$\mathbf{E = 6x^2 - 11x - 10}$

2. Factorisons :

$E = (3x + 2)^2 - (3x + 2)(x + 7)$

$E = (3x + 2)[(3x + 2) - (x + 7)]$

$E = (3x + 2)[3x + 2 - x - 7]$

$\mathbf{E = (3x + 2)(2x - 5)}$

3. Pour $x = \frac{1}{2}$

$E = \left(3 \times \frac{1}{2} + 2\right)\left(2 \times \frac{1}{2} - 5\right)$

$E = \left(\frac{3}{2} + \frac{4}{2}\right)(1 - 5)$

$E = \frac{7}{2} \times (-4)$

$E = -7 \times 2$

$\mathbf{E = -14}$

4. Résolvons : $(3x + 2)(2x - 5) = 0$

$3x + 2 = 0$ ou $2x - 5 = 0$

$3x = -2$ ou $2x = 5$

$x = -\frac{2}{3}$ ou $x = \frac{5}{2}$

Les solutions sont $\mathbf{-\frac{2}{3}}$ **et** $\mathbf{\frac{5}{2}}$

Exercice 3 :

1. Le confiseur accorde une remise de 20% sur les 120,40 € de la commande, donc le montant de la remise est de : $\frac{20}{100} \times 120{,}40 = \mathbf{24{,}08}$ **€**

Donc le montant de la facture est finalement : $120{,}40 - 24{,}08 =$ **96,32 €**

2. **a)** Les sachets sont identiques donc le nombre de sachets est un diviseur commun de 301 et 172. Si on veut le nombre maximal de sachets réalisables, il faut donc calculer le plus grand diviseur commun de 301 et 172. On utilise pour cela l'algorithme d'Euclide.

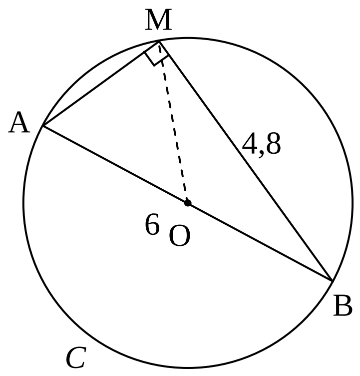
$$\begin{array}{r|l} 301 & 172 \\ -\ 172 & \\ \hline 129 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 172 & 129 \\ -\ 129 & \\ \hline 43 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 129 & 43 \\ -\ 129 & \\ \hline 0 & 3 \end{array}$$

Le dernier reste non nul est 43, donc c'est le PGCD de 301 et 172.
Le nombre maximal de sachets réalisables est 43.

b) $\frac{301}{43} = 7$ et $\frac{172}{43} = 4$

Donc il y a 7 caramels et 4 chocolats dans chaque sachet.

ACTIVITES GEOMETRIQUES
(12 points)



Exercice 1 :

1. Le triangle ABM est inscrit dans un cercle de diamètre [AB].
Il est donc rectangle en M.
2. Le triangle ABM est rectangle en M alors :

$\cos \widehat{ABM} = \dfrac{BM}{AB}$

$\cos \widehat{ABM} = \dfrac{4,8}{6}$

$\cos \widehat{ABM} = 0,8$

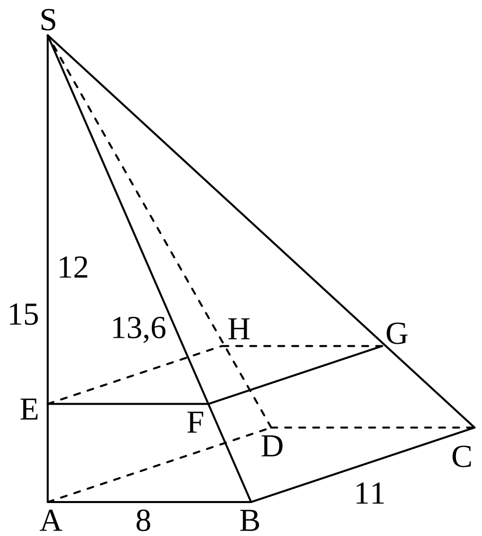
$\widehat{ABM} \approx 37°$ au degré près. (à la calculatrice.)

3. L'angle $\widehat{ABM}$ est l'angle inscrit interceptant le même arc $\overset{\frown}{AM}$que l'angle $\widehat{AOM}$. D'après le théorème de l'angle au centre, on en déduit que $\widehat{AOM} = 2\ \widehat{ABM}$.

$\widehat{AOM} \approx 2 \times 37$

$\widehat{AOM} \approx 74°$

Exercice 2 :



1. Le volume d'une pyramide est

$V = \dfrac{1}{3}$ (aire de la base) × hauteur

Aire A de ABCD : ABCD est un rectangle
donc $A = 8 \times 11 = 88$ cm^2

$V_1 = \dfrac{1}{3} \times A \times SA$

$V_1 = \dfrac{1}{3} \times 88 \times 15$

$\mathbf{V_1 = 440}$ **cm^3.**

2. [SA] est la hauteur de la pyramide SABCD, donc le triangle SAB est rectangle en A.
Appliquons le théorème de Pythagore.

$SB^2 = SA^2 + AB^2$
$SB^2 = 15^2 + 8^2$
$SB^2 = 289$
SB = 17 cm.

3. Les points S, E, A sont dans cet ordre sur la droite (SA) et les points S, F, B dans cet ordre sur la droite (SB).

Par ailleurs : $\dfrac{SE}{SA} = \dfrac{12}{15} = \dfrac{4}{5}$ et $\dfrac{SF}{SB} = \dfrac{13,6}{17} = \dfrac{136}{170} = \dfrac{4}{5}$, donc $\dfrac{SE}{SA} = \dfrac{SF}{SB}$.

Compte tenu de cette égalité et de la configuration citée précédemment, d'après la réciproque du théorème de Thalès, on peut en déduire que les **droites (EF) et (AB) sont parallèles**.

4. a. Soit k le coefficient de cette réduction

$$k = \frac{\text{longueur de la petite pyramide}}{\text{longueur correspondante de la grande pyramide}}$$

$$k = \frac{SE}{SA}$$

$$\mathbf{k = \frac{4}{5}} \quad \text{(d'après } \mathbf{3.}\text{)}$$

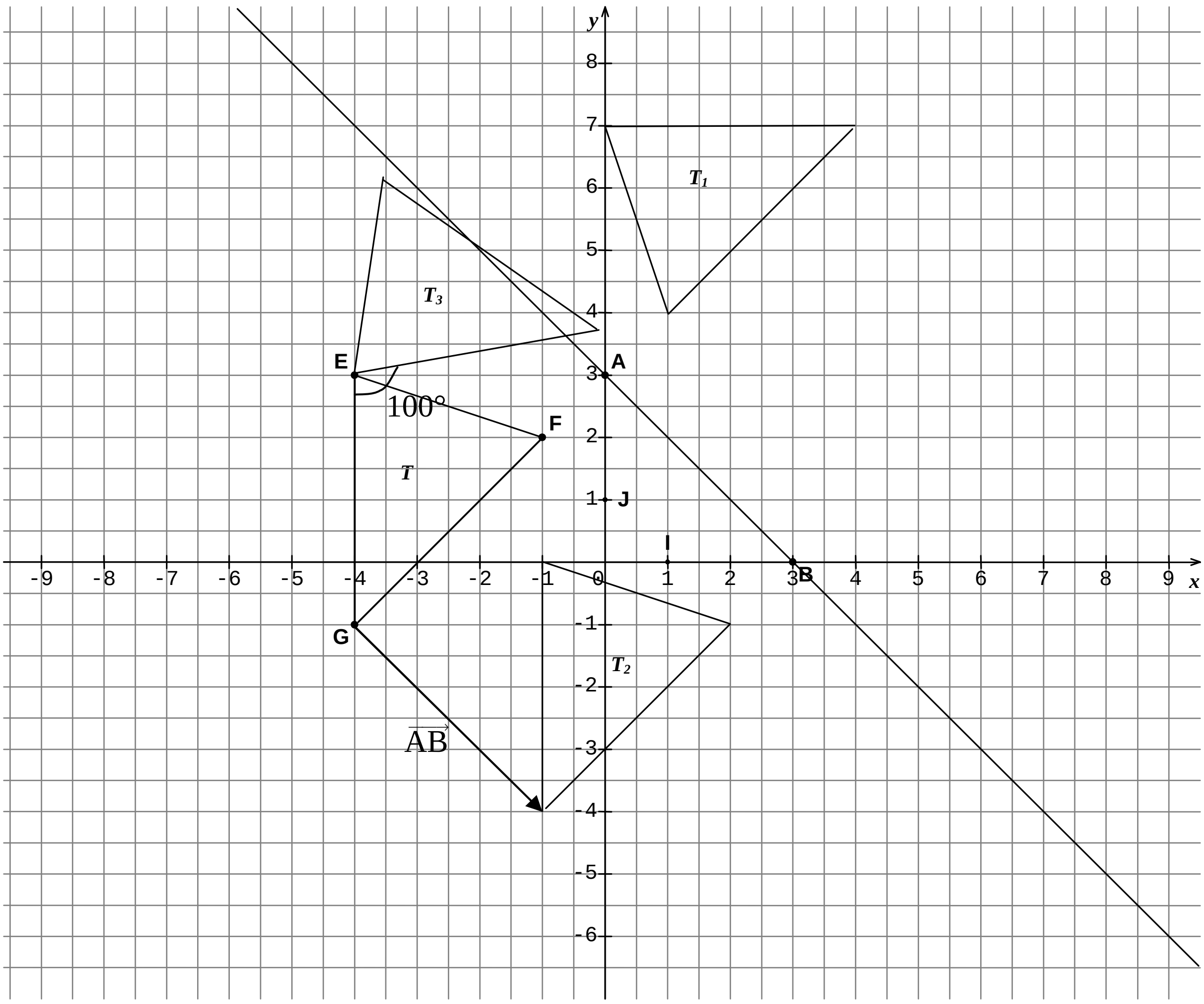
b. Dans une réduction les volumes sont multipliés par k^3 donc :

$$V_2 = k^3 \times V_1$$

$$V_2 = \left(\frac{4}{5}\right)^3 \times V_1$$

$$\boldsymbol{V_2 = \frac{64}{125} \times V_1}$$

Exercice 3 :



PROBLEME
(12 points)

PARTIE A

1. En roulant à 100 km/h il faut : $\frac{250}{100}$ = 2,5 heures soit 2 h 30.
7 h 25 + 2 h 30 = 9 h 55.
Le premier groupe arrivera à **9 h 55 au musée**.

2. Le second groupe a roulé pendant 9 h 30 – 8 h 00 = 1 h 30 = 1,5 h.
La vitesse moyenne du car est de $\frac{120}{1,5}$ = **80 km/h.**

PARTIE B

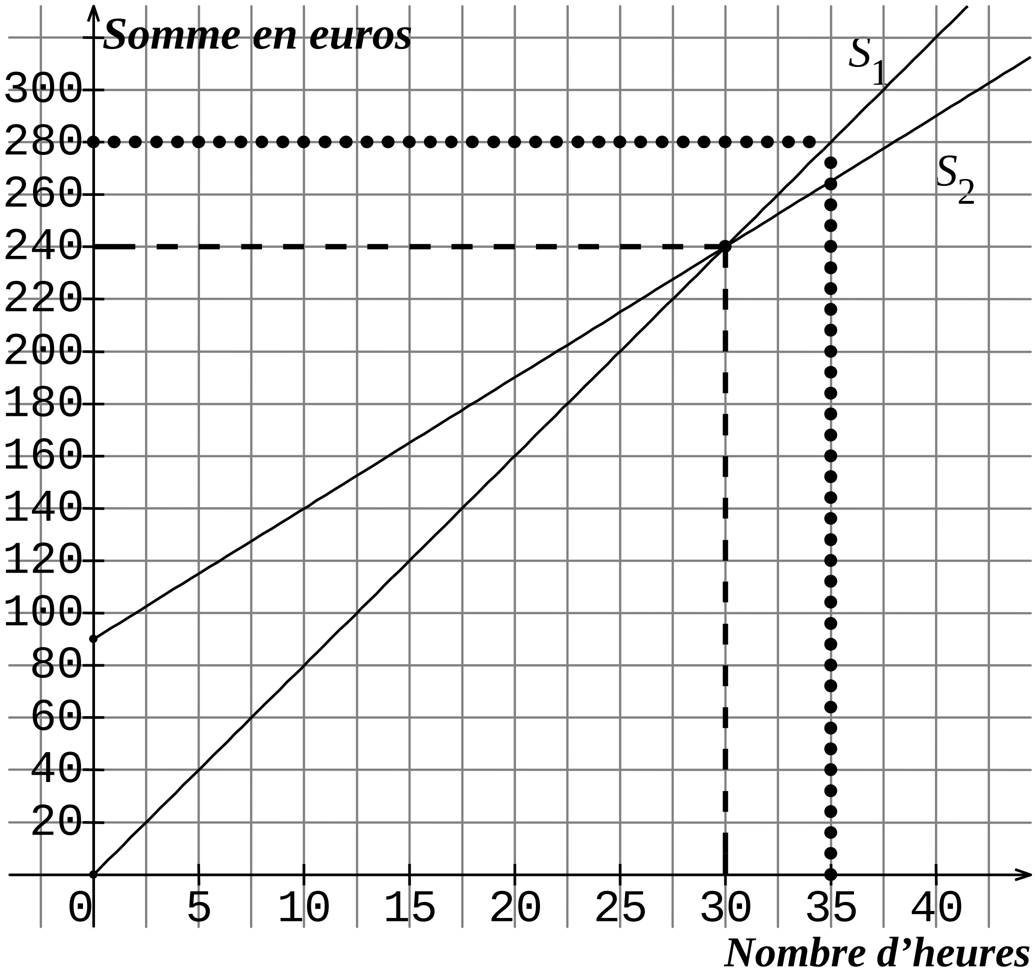
1.

		Nombre d'heures effectuées par mois	
		20 heures	25 heures
Somme d'argent perçue par mois (en €)	S_1	8 × 20 = 160	8 × 25 = 200
	S_2	90 + 20 × 5 = 190	90 + 25 × 5 = 215

2. Soit x le nombre d'heures effectuées par Armelle pendant un mois dans ce musée.
Somme d'argent S_1 : Armelle gagne 8 euros pour x heures travaillées soit $\mathbf{s_1(x) = 8x}$.
Somme d'argent S_2 : Armelle gagne d'abord 90 euros puis 5 euros pour x heures soit
$\mathbf{s_2(x) = 90 + 5x}$.

3.
$$8x = 5x + 90.$$
$$8x - 5x = 90$$
$$3x = 90$$
$$\mathbf{x = 30}$$
Cette équation correspond à $s_1(x) = s_2(x)$.
Cela revient à chercher le nombre d'heures que doit effectuer Armelle pour gagner la même somme avec le mode de calcul S_1 ou S_2.
Si elle effectue 30 heures elle gagnera la même somme d'argent.

4.



5. **a.** trait pointillé. On retrouve bien le point d'intersection des 2 droites pour x = 30.

b. Graphiquement (petits points) on voit que pour x = 35, c'est le mode **de calcul S_1** qui est le plus avantageux.
La somme d'argent perçue est **280 euros.**

6.
Entre 0 et 30 heures par mois c'est le mode de calcul S_2 qui est le plus avantageux.
Pour 30 heures par mois, les deux donnent la même somme.
Entre 30 et 35 heures, c'est le mode de calcul S_1 qui est le plus avantageux.