Brevet Amiens septembre 2005

Epreuve de mathématiques

Activités numériques

Exercice 1:

$$A = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{4} + \frac{2}{12} + \frac{1}{3} = \frac{9+2+4}{12}$$

$$A = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

$$B = \frac{2-\frac{1}{3}}{3+\frac{1}{4}} = \frac{\frac{6-1}{3}}{\frac{12+1}{4}} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{13}{4}} = \frac{5}{3} \times \frac{4}{13} = \frac{20}{39}$$

$$C = \frac{3 \times 10^4 \times 10^{-2} \times 5}{10^{-1}} = 15 \times 10^2 \times 10^1 = 1{,}5 \times 10^4$$

Exercice 2

$$D = 3\sqrt{12} + \sqrt{27} - 5\sqrt{3} = 3 \times \sqrt{4} \times \sqrt{3} + \sqrt{9} \times \sqrt{3} - 5\sqrt{3}$$

$$= 6\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{3}$$

Exercice 3:

$$E = (2x-3)^2 - 3(2x-3)$$

1. $E = 4x^2 - 12x + 9 - (6x - 9)$

   $E = 4x^2 - 18x + 18$

2. $E = (2x-3)(2x-3) - 3(2x-3)$

   $E = (2x-3)(2x-3-3) = (2x-3)(2x-6) = 2(x-3)(2x-3)$

3. $(2x-3x)(2x-6)=0$

Les solutions de l'équation sont :

$2x-3x=0 \qquad\qquad 2x-6=0$

$\Leftrightarrow \quad x=0 \qquad\qquad \Leftrightarrow \quad x=3$

4. On prend $x=\sqrt{2}$

$E=4x^2-18x+18 \Leftrightarrow E=4(\sqrt{2})^2-18.\sqrt{2}+18$

$\Leftrightarrow E=8+18-18\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow E=26-18\sqrt{2}$

Exercice 4 :

1. PGCD(696 ; 406)

$696=1\times406+290$ Donc PGCD(696 ; 406) = PGCD(406 ; 290)

$406=1\times290+116$ Donc PGCD(406 ; 290) = PGCD(290 ; 116)

$290=2\times116+58$ Donc PGCD(290 ; 116) = PGCD(116 ; 58)

$116=2\times58+0$ Donc PGCD(116 ; 58) = 58

Donc PGCD(696 ; 406) = 58

Activités Géométriques

Exercice 1 :

1. (AB) est perpendiculaire à (CB)

(CF) est perpendiculaire à (CB)

Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre-elles

Donc (AB) // (CF)

2. ABO est un triangle rectangle en B

D'après le théorème de Pythagore dans un triangle rect-le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres cotés.

Donc $OA^2 = AB^2 + OB^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$

$\Leftrightarrow OA = \sqrt{25} = 5$ (ou -5 mais il faut $OA \geq 0$)

3. Les droites (AF) et (BC) sont sécantes en O. B et C sont 2 points distincts de (BC) et A et F sont 2 points distincts de (FA). De plus (AB) et (CF) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès on a alors :

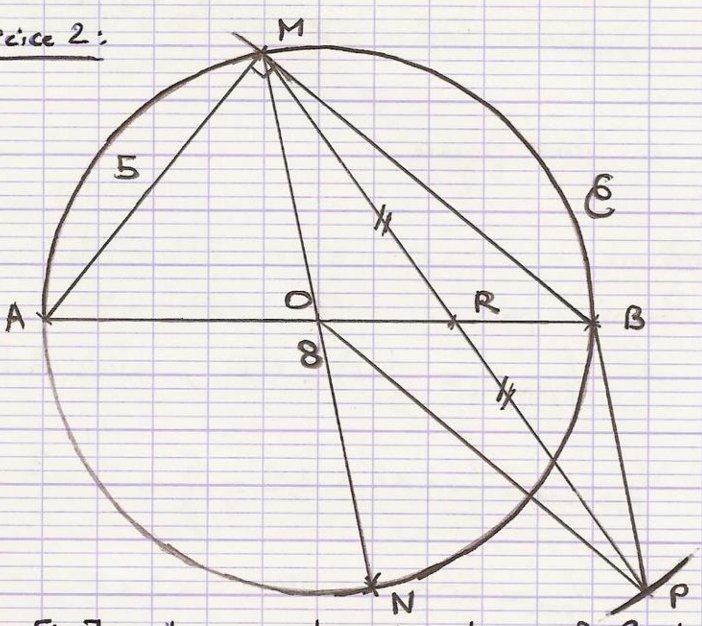
$$\frac{OF}{OA} = \frac{OC}{OB} = \frac{CF}{BA}$$

$$\frac{OF}{5} = \frac{6}{3} \Leftrightarrow OF = 10$$

$$\frac{CF}{4} = \frac{6}{3} \Leftrightarrow CF = 8$$

Exercice 2 :

1.



2. [AB] est un diamètre du cercle $\mathcal{E}$ et M est un point de $\mathcal{E}$ distinct de A et B

Si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre le plus grand coté du triangle, alors le triangle est rectangle.

Donc ABM est un triangle rectangle en M.

3. On sait que ABM est un triangle rectangle en M

Donc $\sin(\widehat{MBA}) = \frac{AM}{AB}$

$\Leftrightarrow \widehat{MBA} = 39°$

4. On sait que R est le milieu de [OB] et de [MP]. Les segments [OB] et [MP] sont donc sécants en leur milieu.

Or tout quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu sont des parallélogrammes.

Donc MBPO est un parallélogramme.

5. On sait que MBPO est un parallélogramme. Or un parallélogramme a ses cotés parallèles et égaux deux à deux.

Donc $MO = BP$ et $(MO) // (BP)$

Donc $\overrightarrow{MO} = \overrightarrow{BP}$

6. Voir figure.

Problème

Première partie.

1. $V_{pyramide} = \frac{1}{3} A \times OI$, avec A l'aire de la base

$V_{pyramide} = \frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times 1{,}5 = \frac{6}{3} = 2 \text{ m}^3$

2. $V_{para} = EA \times AB \times AD = 5 \times 2 \times 2$
$= 20 \text{ m}^3$

3. $V_{réservoir} = V_{pyr} + V_{para} = 20 + 2 = 22 \text{ m}^3$

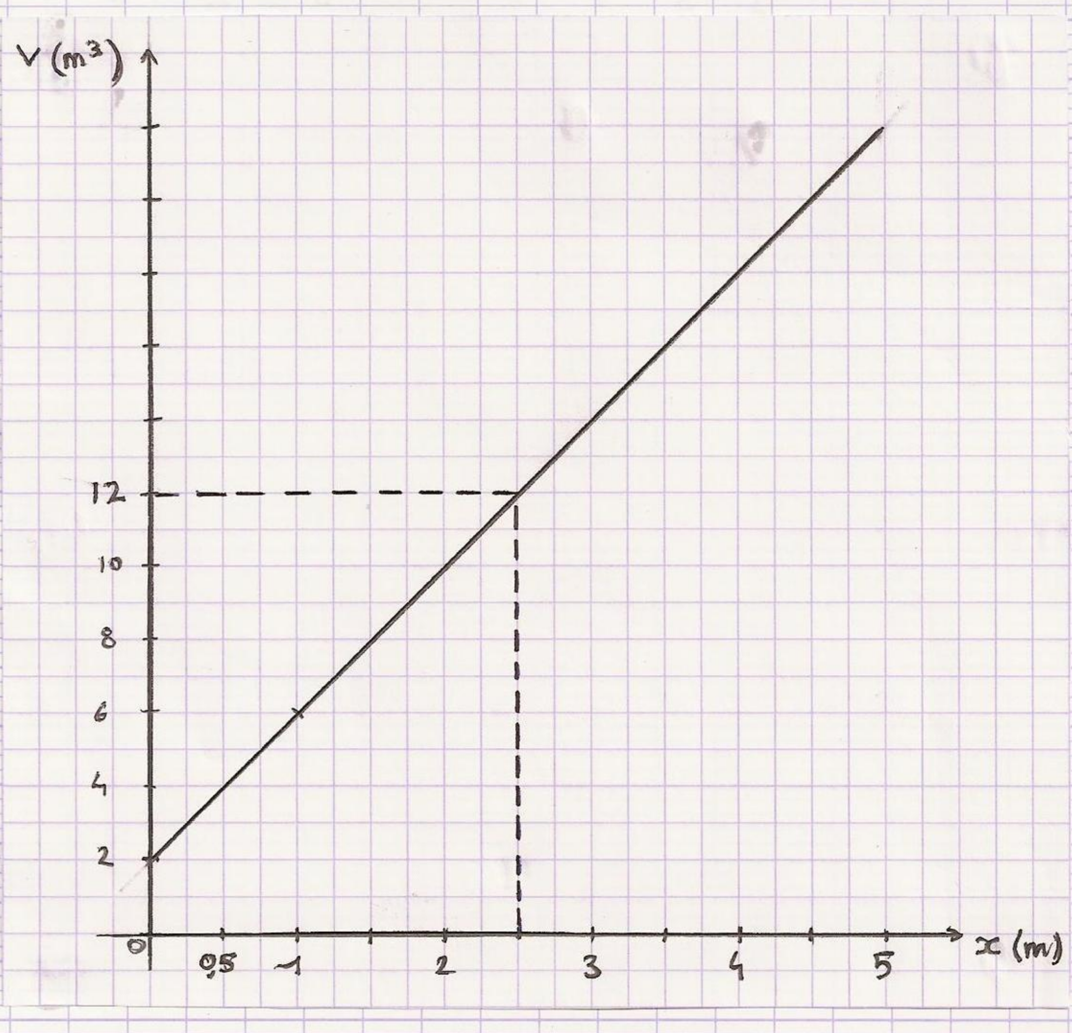
Deuxième partie.

1. $0 \leqslant x \leqslant 5$

2. $V_{para} = AB \times AD \times x = 4x$

3. $V(x) = V_{pyr} + V_{para} \iff V(x) = 4x + 2$

4.



5. On peut lire $V(2,5) = 12$

6. $V(1,8) = 4 \times 1,8 + 2$

$= 7,2 + 2$

$= 9,2 \text{ m}^3$

$V_{max} = 22 \text{ m}^3$ $\qquad \dfrac{9,2}{V_{max}} = \dfrac{9,2}{22} = 0,42 = 42\ \%$