Brevet des Collèges 2009 : Correction Mathématiques

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1

1) Calculer A

$$A = \frac{8 + 3 \times 4}{1 + 2 \times 1{,}5} = \frac{8 + 12}{1 + 3} = \frac{20}{4} = 5$$

2) Il n'obtient pas un bon résultat parce qu'il n'a **pas respecté les règles de priorité** de calcul. Il aurait du mettre des parenthèses.

Exercice 2

1) Le contenu des sacs de billes

$$P_{Aline} = \frac{5}{5} = 1$$

$$P_{Bernard} = \frac{10}{30 + 10} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

$$P_{Claude} = \frac{100}{3 + 100} = \frac{1}{1{,}03} \approx 0{,}97$$

Aline a donc la meilleure probabilité de tirer une bille rouge.

2) Il faut qu'Aline ait 3 fois plus de billes noires que de billes rouges
Donc $\boldsymbol{Billes\ noires}$ à $\boldsymbol{ajouter} \ \mathbf{= 5 \times 3 = 15}$

Exercice 3

1) B(-4 ;4,6)
2) (0 ;-1),(0 ;2) et (0 ;4)

3) Représentation de la fonction linéaire.
Une fonction linéaire est représentée graphiquement par une droite. Or il y a uniquement 2 droites sur le graphique :

- Une droite avec une pente négative (descendante)
- Une droite avec une pente positive (montante)

  Or on sait que la représentation de la fonction f sera une droite de pente négative d'après l'énoncé. Donc C1 est la représentation de la fonction linéaire.

4) Avec le même raisonnement que précédemment, on détermine facilement que C2 est la représentation graphique de f

5) Déterminer f(1)
$f(1) = -0{,}4 \times 1 + 3 = 2{,}6$

6) A(4,6 ;1,2)
Si A appartient à C2 alors les coordonnées de A devraient résoudre l'équation de la droite représentative de f.

$1{,}2 =?\ -0{,}4\ \times 4{,}6 + 3$

$1{,}2 =?\ -0{,}4\ \times 4{,}6 + 3$

$1{,}2\ \neq\ 1{,}16$

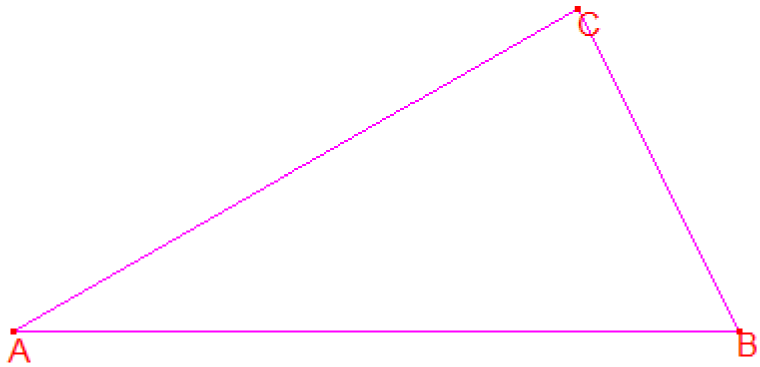
Donc A n'appartient pas à C2.

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice 1

1)

a)



b) Le triangle ABC est-il rectangle ?

D'après le théorème de Pythagore - *rappel : Si un triangle est rectangle alors le carré de son hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.*

$AB^2 =? BC^2 + AC^2$

$16^2 =? 8^2 + 14^2$

$256 =? 64 + 196$

$256 \neq 260$

Donc le triangle ABC n'est pas rectangle.

2)

Soit $A = \sqrt{\frac{p}{2}\left(\frac{p}{2} - a\right)\left(\frac{p}{2} - b\right)\left(\frac{p}{2} - c\right)}$

Avec $p = a + b + c = 16 + 8 + 14 = 38$

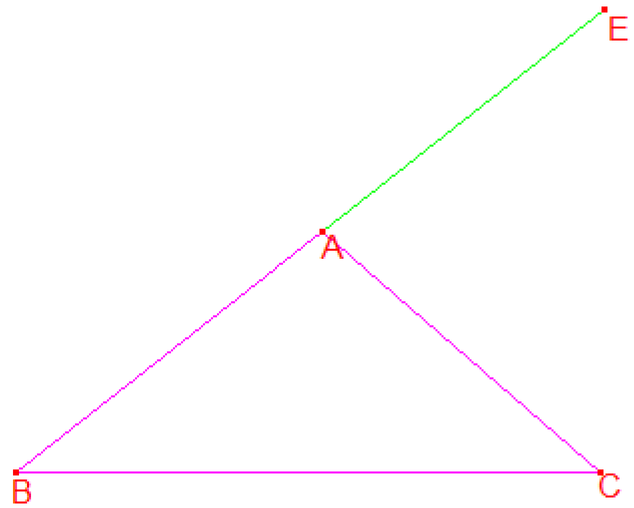
D'où $A = \sqrt{\frac{38}{2}\left(\frac{38}{2} - 16\right)\left(\frac{38}{2} - 8\right)\left(\frac{38}{2} - 14\right)}$

$$A = \sqrt{\frac{38}{2}(3)(11)(5)} = \sqrt{19(3)(11)(5)} \approx 55{,}99 \approx 60\ cm^2$$

Exercice 2

Partie 1

1) Construire la figure en vraie grandeur



2)

Parce que le triangle ABC est isocèle en A, on peut dire que :
$\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

Parce que le triangle ACE est isocèle en A, on peut dire que :
$\widehat{ACE} = \widehat{AEC}$

Or $\widehat{BAC} = 180 - 2 \times \widehat{ABC}$ et $\widehat{EAC} = 180 - 2 \times \widehat{AEC}$

Et $\widehat{BAC} + \widehat{EAC} = 180°$

Par substitution on trouve que :

$2 \times \widehat{ABC} + 2 \times \widehat{AEC} = 180°$

$\widehat{ABC} + \widehat{AEC} = 90°\ d'où\ \widehat{BCE} = 90°$ donc BCE est triangle en C.

On aurait pu aussi citer la réciproque du théorème de la médiane.

3)

$\widehat{EAC} = 180 - \widehat{BAC}$

Or $\widehat{BAC} = 180 - 2 \times \widehat{ABC} = 180 - 2 \times 43 = 180 - 86$

D'où $\widehat{EAC} = 180 - 180 + 86 = 86°$

Partie 2

On sait que :

$\widehat{BAC} = 180 - \widehat{EAC}$ et $\widehat{BAC} + 2 \times \widehat{ABC} = 180$

D'où $180 - 2 \times \widehat{ABC} = 180 - \widehat{EAC}$

Donc $2 \times \widehat{ABC} = \widehat{EAC}$

Jean a bien raison

PROBLEME (12 points)

Partie 1

1)
En utilisant le théorème de Pythagore :

Est-ce que $AB^2 = BC^2 + AC^2$?

$14^2 + 10{,}5^2 = 306{,}25$

Or $17{,}5^2 = 306{,}25$

On peut en déduire que ABC est rectangle en C.

2)
(BC) ⊥ (AC) et (PR) // (AC) d'où (PR) ⊥ (BC) **(1)**
(BC) ⊥ (AC) et (RS)//(BC) d'où (RS)⊥(AC) **(2)**
(PR) ⊥ (BC) et (RS)//(BC) d'où (RS)⊥(PR) **(3)**

Un quadrilatère qui a 4 angles droits est un rectangle.

3)

a) Longueur PR

D’après le théorème de Thalès

$\frac{BP}{BC} = \frac{PR}{AC}$ $d'où$ $PR = \frac{BP}{BC} \times AC$

$PR = \frac{5}{14} \times 10,5 = 3,75\ cm$

b) Aire du rectangle PRSC

$A = PR \times PC$

$A = 3,75 \times (14 - 5)$

$A = 3,75 \times 9 = 33,75\ cm^2$

Partie 2

1) Remplir le tableau :

Longueur BP en cm	0	1	3	5	8	10	12	14
Aire de PRSC en cm²	0	9,75	24,75	33,75	36	30	18	0

Pour BP = 10cm, on obtient $PR = \frac{10}{14} \times 10,5 = 7,5$
D’où $A = 7,5 \times (14 - 10) = 30\ cm^2$

2)

a) Aire de 18 cm²
BP = 2 ou BP = 12

b) L’aire semble maximale pour BP = 7

c) $36 \leq Aire\ du\ rectangle \leq 37$

Partie 3

1) PC + BP = BC = 14 d'où PC = 14 – BP
2) $PR = \frac{AC}{BC} \times BP = \frac{10,5}{14} \times BP = 0,75 \times BP$
3) Pour que PRSC soit un carré il faut que PR = PC

   Donc $PC = \frac{AC}{BC} \times BP$

   D'après 1) $14 - BP = \frac{AC}{BC} \times BP\ d'où\ BP = \frac{14 \times BC}{AC+BC} = \frac{14 \times 14}{10,5+14} = \frac{196}{24,5} = 8$ cm