MATHEMATIQUES

LA REDACTION ET LA PRESENTATION SONT PRISES EN COMPTE POUR 4 POINTS.

LES CALCULATRICES SONT AUTORISEES.

DUREE : 2 HEURES.

31 DN 120

ACTIVITES NUMERIQUES

Dans toute cette partie, les résultats des calculs demandés doivent être accompagnés d'explications. Le barème en tiendra compte.

Exercice 1

1) Ecrire A sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers naturels, b étant le plus petit possible :

$$A = 2\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + \sqrt{20}.$$

2) Calculer l'expression suivante B et donner son écriture scientifique :

$$B = \frac{150\times10^3\times8\times10^5}{6\times10^7}.$$

Exercice 2

On considère l'expression $C = (2x + 5)^2 - (x + 3)(2x + 5)$.

1) Développer et réduire C.
2) Factoriser C.
3) Résoudre l'équation $(2x + 5)(x + 2) = 0$.
4) Calculer l'expression C pour $x = -\frac{2}{3}$. (on mettra le résultat sous la forme d'une fraction irréductible)

Exercice 3

1) Résoudre le système suivant :

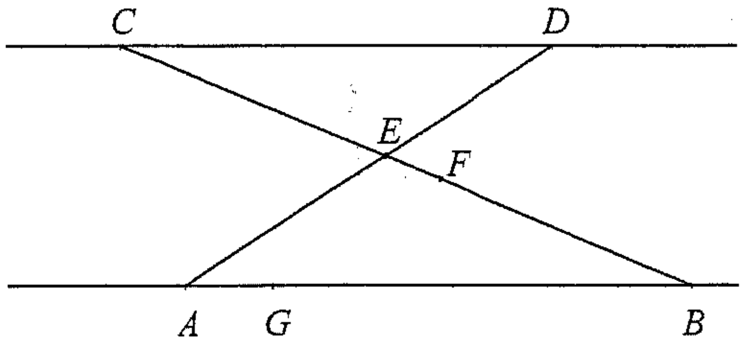
$$\begin{cases} 4x+3y=206 \\ 2x+2y=114 \end{cases}.$$

2) Lors d'un spectacle, la famille A, composée de 4 adultes et de 3 enfants, a payé 206 euros. Pour le même spectacle, la famille B, composée de 2 adultes et de 2 enfants, a payé 114 euros. Combien paiera la famille C, sachant qu'elle est composée de 3 adultes et de 2 enfants ?

ACTIVITES GEOMETRIQUES

Exercice 1

L'unité est le centimètre.
Dans la figure ci-dessous, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
Les droites (AD) et (BC) se coupent en E.
On donne $DE = 6, AE = 10, AB = 20$ et $BE = 16$.

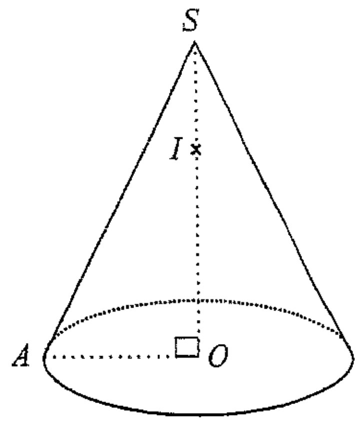


Les deux figures de cette page ne sont pas réalisées en vraie grandeur. Elles ne sont pas à reproduire.

1) Calculer la distance CD.
2) Les points F et G appartiennent respectivement aux segments $[BC]$ et $[AB]$.
   Ils vérifient : $BF = 12{,}8$ et $BG = 16$. Montrer que les droites (FG) et (AE) sont parallèles.

Exercice 2

On considère le cône ci-contre de sommet S et dont la base est le disque de rayon [OA].
Ce cône a pour hauteur $SO = 8$ cm et pour génératrice $SA = 10$ cm.
I est un point du segment $[SO]$ tel que $SI = 2$ cm.



1) Montrer que $OA = 6$ cm.
2) Montrer que la valeur exacte du volume V du cône est égale à 96π cm^3. Donner la valeur arrondie au mm^3 près.
3) Déterminer, au degré près, la mesure de l'angle $\widehat{ASO}$.
4) On coupe ce cône par un plan parallèle à sa base et passant par le point I. La section obtenue est un disque de centre I, réduction du disque de base.
   a) Déterminer le rapport k de cette réduction.
   b) Soit V' le volume du cône de sommet S et de base le disque de centre I. Exprimer V' en fonction de V, puis donner la valeur arrondie de V' au mm^3 près.

Exercice 3

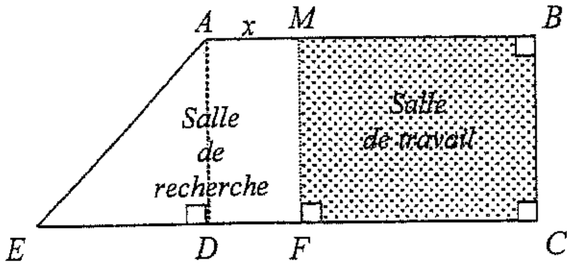
Sur la figure de la feuille annexe (à rendre avec la copie), sont représentés 8 hexagones réguliers. Les constructions demandées dans cet exercice doivent être effectuées directement sur cette feuille annexe.

1) Construire le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
2) Construire le point Q, symétrique de H par rapport à la droite (BE).
3) Construire le point P, image du point C par la rotation de centre E et d'angle 60° dans le sens des aiguilles d'une montre.

PROBLEME

Les parties 1 et 2 sont indépendantes

La figure ci-dessous est une vue de la surface au sol du C.D.I. d'un collège. Ce C.D.I. doit être réaménagé en deux parties distinctes : une salle de recherche et une salle de travail.
$ABCE$ est un trapèze rectangle tel que $AB = 9$ m, $BC = 8$ m et $DE = 6$ m.
M est un point du segment $[AB]$.
On pose $AM = x$
(x est une distance exprimée en mètre : $0 \leq x \leq 9$).



Rappel :

l'aire d'un trapèze de hauteur h, de bases b et B, est donnée par $a = \frac{h(b+B)}{2}$.

PARTIE 1 :

La documentaliste souhaite que l'aire de la salle de travail soit égale à celle de la salle de recherche.

1) **Dans cette question, uniquement,** on suppose : $x = 1$. Calculer l'aire du trapèze $AMFE$ (salle de recherche), et l'aire du rectangle $MBCF$ (salle de travail).

2) a) Exprimer, en fonction de x, l'aire du trapèze $AMFE$.
   b) Exprimer, en fonction de x, l'aire du rectangle $MBCF$.

3) On se propose de représenter graphiquement cette situation à l'aide de deux fonctions affines f et g.
f est définie par : $f(x) = -8x + 72$,
g est définie par : $g(x) = 8x + 24$.
Sur la feuille de papier millimétrée, construire un repère orthogonal :
   - l'origine sera placée en bas à gauche,
   - en abscisse, on prendra 2 cm pour 1 unité (2 cm pour 1 m),
   - en ordonnée, on prendra 1 cm pour 4 unités (1 cm pour 4 m²).

   Représenter les fonctions affines f et g, pour $0 \leq x \leq 9$.

4) a) En utilisant le graphique, indiquer la valeur de x pour laquelle $f(x) = g(x)$, ainsi que l'aire correspondante. Mettre en évidence ces valeurs sur le graphique (pointillés, couleurs…).
   b) Retrouver les résultats précédents par le calcul.

PARTIE 2 :

Dans cette partie, on pose $x = 3{,}5$.
1) Donner, **en cm**, les dimensions de la salle de travail $MBCF$.
2) On souhaite recouvrir le sol de la salle de travail à l'aide ***d'un nombre entier*** de dalles carrées identiques, de côté c entier le plus grand possible.
   a) Expliquer pourquoi c est le PGCD de 800 et 550.
   b) Calculer la valeur de c, en indiquant la méthode utilisée.
   c) Combien de dalles sont nécessaires pour recouvrir le sol de la salle de travail ?
3) Les dalles coûtent 13,50 € le mètre carré.
   Quelle somme devra-t-on payer pour acheter le nombre de dalles nécessaire ?

Feuille annexe à rendre obligatoirement avec la copie

Activités géométriques – Exercice 3