Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points).

L'usage de la calculatrice est autorisé conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

PREMIÈRE PARTIE

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

EXERCICE 1

1) Développer et réduire l'expression : $P = (x + 12)(x + 2)$.

2) Factoriser l'expression : $Q = (x + 7)^2 - 25$.

3) ABC est un triangle rectangle en A ; x désigne un nombre positif ;

$$BC = x + 7 \quad ; \quad AB = 5.$$

Faire un schéma et montrer que : $AC^2 = x^2 + 14x + 24$.

EXERCICE 2

Résoudre chacune des deux équations :

$$3(5 + 3x) - (x - 3) = 0 \quad ; \quad 3(5 + 3x)(x - 3) = 0.$$

EXERCICE 3

Sur la couverture d'un livre de géométrie sont dessinées des figures ; celles-ci sont des triangles ou des rectangles qui n'ont aucun sommet commun.

1) Combien de sommets compterait-on s'il y avait 4 triangles et 6 rectangles, soit 10 figures en tout ?

2) En fait, 18 figures sont dessinées et on peut compter 65 sommets en tout. Combien y a t-il de triangles et de rectangles sur cette couverture de livre ?

EXERCICE 4

En indiquant les calculs intermédiaires, écrire A sous la forme d'un nombre entier et B sous la forme $a\sqrt{3}$ (avec a entier).

$$A = \left(3\sqrt{2} - 1\right)\left(\sqrt{2} + 1\right) - 2\sqrt{2}$$

$$B = 5\sqrt{27} + \sqrt{75}$$

DEUXIÈME PARTIE

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points)

EXERCICE 1

Pour traiter cet exercice, utiliser du papier millimétré.

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J). L'unité de longueur est le centimètre.

1) a- Placer les points : A(3 ; –5) et B(–2 ; 5).

b- Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$. (Aucune justification n'est demandée.)

c- Calculer la valeur exacte de la longueur AB.

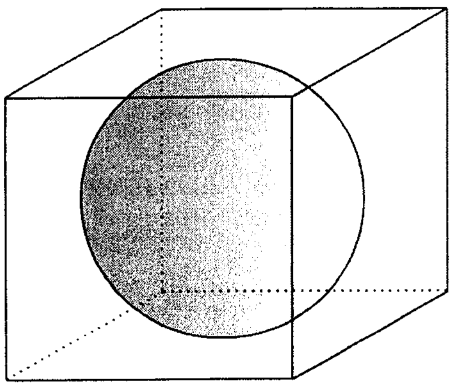
2) a- Placer le point C(–2 ; –4) et le point D, image du point C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

b- Quelles sont les coordonnées du point D ? (aucune justification n'est demandée).

c- Quelle est la nature du quadrilatère ABDC et quelles sont les coordonnées du point M, intersection des droites (AD) et (BC) ? (Justifier ces deux réponses).

EXERCICE 2

Dans une boîte cubique dont l'arête mesure 7 cm, on place une boule de 7 cm de diamètre (voir le schéma).



Le volume de la boule correspond à un certain pourcentage du volume de la boîte. On appelle ce pourcentage "taux de remplissage de la boîte".

Calculer le taux de remplissage de la boîte.
Arrondir ce pourcentage à l'entier le plus proche.

EXERCICE 3

[AC] et [EF] sont deux segments sécants en B.

On connaît : AB = 6 cm et BC = 10 cm ;
EB = 4,8 cm et BF = 8 cm.

1) Faire un dessin en vraie grandeur.

2) Les droites (AE) et (FC) sont-elles parallèles ? Justifier.

3) Les droites (AF) et (EC) sont-elles parallèles ? Justifier.

TROISIÈME PARTIE

QUESTIONS ENCHAÎNÉES (12 points)

Construire un triangle MNP tel que :

PN = 13 cm ; PM = 5 cm ; MN = 12 cm.

PARTIE A :

1) Prouver que ce triangle MNP est rectangle en M.

2) Calculer son périmètre et son aire.

3) Tracer le cercle circonscrit au triangle MNP ; préciser la position de son centre O et la mesure de son rayon.

4) Calculer la tangente de l'angle PNM ; en déduire une mesure approchée de cet angle à 1° près.

PARTIE B :

A est un point quelconque du côté [PM].

On pose : AM = x. (x est donc un nombre compris entre 0 et 5).

La parallèle à (PN) passant par A coupe le segment [MN] en B.

1) En précisant la propriété utilisée, exprimer MB et AB en fonction de x.

2) Exprimer, en fonction de x, le périmètre du triangle AMB.

3) Résoudre l'équation : $x + \frac{12x}{5} + \frac{13x}{5} = 18$.

4) a- Faire une nouvelle figure en plaçant le point A de façon que le périmètre du triangle AMB soit 18 cm.

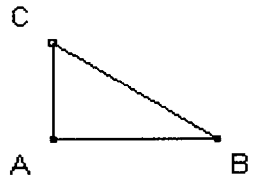
b- Quelle est alors l'aire du triangle AMB ?

CORRIGE

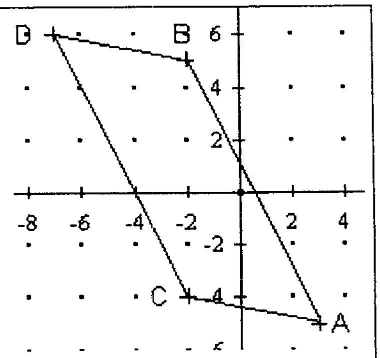
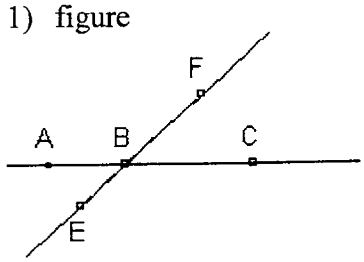
Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

Brevet des collèges – session 2002 - mathématiques
Eléments de correction et suggestion de barème

Première partie – Activités numériques

Exercice 1	*4 points* *(1+1+2)*	1) P = $x^2 + 14x + 24$ 2) Q = $(x + 12)(x + 2)$ 3)  Le triangle ABC est rectangle en A donc : $AC^2 = BC^2 - AB^2$; $AC^2 = (x + 7)^2 - 25$ donc AC^2 = Q = P.
Exercice 2	*2 points* *(1+1)*	- L'équation $3(5 + 3x) - (x - 3) = 0$ a une solution : $-\frac{18}{8}$ (ou $-\frac{9}{4}$, ou $-2{,}25$). - L'équation $3(5 + 3x)(x - 3) = 0$ a deux solutions : $-\frac{5}{3}$ *et* 3.
Exercice 3	*4 points* *(1+3)*	1) 36 sommets. 2) 7 triangles et 11 rectangles *Dans l'esprit des concepteurs du sujet, toute méthode de résolution conduisant (ou pouvant conduire) à une solution correcte devrait être acceptée (une équation à une inconnue, un système, essais successifs, schéma, ...).*
Exercice 4	*2 points* *(1+1)*	A = 5 ; B = $20\sqrt{3}$.

Deuxième partie – Activités géométriques

Exercice 1	*6 points* *(2,5+3,5)*	1) a) Points A et B placés b) $\vec{AB}(-5;10)$. c) AB = $\sqrt{125}$ (ou AB=$5\sqrt{5}$). 2) a) Points C et D placés. b) D (-7 ; 6). c) Les vecteurs $\vec{AB}$ *et* $\vec{CD}$ sont égaux donc ABDC est un parallélogramme et ses diagonales se coupent en leur milieu. M (-2 ; 0,5) 
Exercice 2	*2 points*	Volume de la boîte : 343 cm^3. Volume de la boule : $\frac{4}{3}\pi \times 3{,}5^3 = \frac{171{,}5\pi}{3}$ soit 180cm^3 à 1cm^{3}près. Taux de remplissage de la boîte : $\frac{171{,}5\pi}{3 \times 343} \times 100$ soit environ 52%. *Dans l'esprit des concepteurs du sujet il s'agit surtout de voir si le candidat est capable de lire une définition et de l'appliquer.*
Exercice 3	*4 points* *(1+1,5+1,5)*	1) figure  2) Les droites (AC) et (EF) sont sécantes en B, les points A,B,C et E,B,F sont dans le même ordre, $\frac{BA}{BC} = \frac{6}{10} = 0{,}6$ *et* $\frac{BE}{BF} = \frac{4{,}8}{8} = 0{,}6$. On conclut : les droites (AE) et (FC) sont parallèles. 3) $\frac{BA}{BC} = 0{,}6$ *et* $\frac{BF}{BE} \neq 0{,}6$ donc les droites (AF) et (EC) ne sont pas parallèles.

Troisième partie – Questions enchaînées

	1 point	Construction du triangle
Partie A : 6 points		
1) :	*1,5 point*	$PN^2=169$; $PM^2+MN^2=25+144=169$; $PN^2=PM^2+MN^2$ donc le triangle MNP est rectangle en M.
2) :	*1,5 point*	Périmètre du triangle MNP : 30cm. Aire du triangle MNP : 30 cm².
3) :	*1,5 point*	Tracé du cercle. Le triangle MNP est rectangle en M donc le centre O de son cercle circonscrit est le milieu de [PN]. Le rayon du cercle est 6,5cm.
4) :	*1,5 point*	$tan\,\widehat{PNM}=\frac{MP}{MN}=\frac{5}{12}$ $\widehat{PNM}\approx 23°$ $(ou\ 22°)$.
Partie B : *5 points*		
1) :	*1,5 point*	D'après l'énoncé de Thalès : les droites (MP) et (MN) sont sécantes en M, A est un point de (MP), B est un point de (MN), les droites (AB) et (PN) sont parallèles, donc $\frac{MA}{MP}=\frac{MB}{MN}=\frac{AB}{PN}$. On en déduit : MB=$\frac{12x}{5}$ et AB=$\frac{13x}{5}$. *Ou* Le triangle MAB est une réduction du triangle MPN (A est un point de [MP], B est un point de [MN], (AB) et (PN) sont parallèles). Le rapport de réduction est *x*/5. On en déduit : $MB=\frac{x}{5}\times MN=\frac{12x}{5}$ $et\ AB=\frac{x}{5}\times PN=\frac{13x}{5}$.
2) :	*0,5 point*	Périmètre de AMB=$x+\frac{12x}{5}+\frac{13x}{5}$. *Ou* Puisque MAB est une réduction de MPN dans le rapport *x*/5, le périmètre de MAB est : $\frac{x}{5}\times 30=6x$.
3) :	*1 point*	L'équation $x+\frac{12x}{5}+\frac{13x}{5}$=18 a une solution : 3.
4) :	*2 points*	a) Figure en positionnant le point A de sorte que AM=3cm. b) Aire de AMB : $\frac{1}{2}\times 3\times\frac{12\times 3}{5}=\frac{54}{5}=10{,}8\,cm^2$. *Ou* Aire de AMB : $\left(\frac{3}{5}\right)^2\times 30=\frac{54}{5}=10{,}8\,cm^2$.