Correction du Brevet Portugal juin 2010

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES — 12 points

EXERCICE 1

1. $5-7=-2$ et $(-2)^2=4$.
2. $-2+5=3$ et $3^2=9$ donc le résultat est 9 avec le programme A.
3. a. Si on appelle x le nombre de départ, on doit avoir $(x+5)^2=0$ soit $x=-5$
   b. De même, on doit avoir $(x-7)^2=9$ donc $x-7=3$ ou $x-7=-3$ soit $x=10$ ou $x=4$.
4. $(x+5)^2=(x-7)^2 \iff (x+5)^2-(x-7)^2=0 \iff ((x+5)-(x-7))\,((x+5)+(x-7))=0 \iff$ $(x+5-x+7)\,(x+5+x-7)=0 \iff 12\,(2x-2)=0 \iff x=1$. On doit choisir le nombre 1 pour obtenir le même résultat avec les deux programmes.

EXERCICE 2

1. $\dfrac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}=\dfrac{10}{20}=\dfrac{1}{2}$
2. $\dfrac{10}{20}=\dfrac{1}{2}$
3. $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}=1$. Le résultat était prévisible car il s'agissait de deux événements contraires.
4. Soit b le nombre de boules bleues.

   $\dfrac{\text{nombre de boules bleues}}{\text{nombre total de boules}}=\dfrac{1}{5}$ donc $\dfrac{b}{b+20}=\dfrac{1}{5}$.
   En faisant l'égalité des produits en croix, on obtient :
   $5b=b+20 \iff 4b=20 \iff b=5$.
   (On aurait aussi pu remarquer facilement que si $b=5$, alors $\dfrac{5}{25}=\dfrac{1}{5}$)

EXERCICE 3

1. La valeur de a est : -2
2. L'image de 0 par f est : 3
4. L'antécédent de 4 par la fonction f est :$-\dfrac{1}{2}$
5. La droite qui représente la fonction f coupe l'axe des ordonnées en E(0 ; 3)

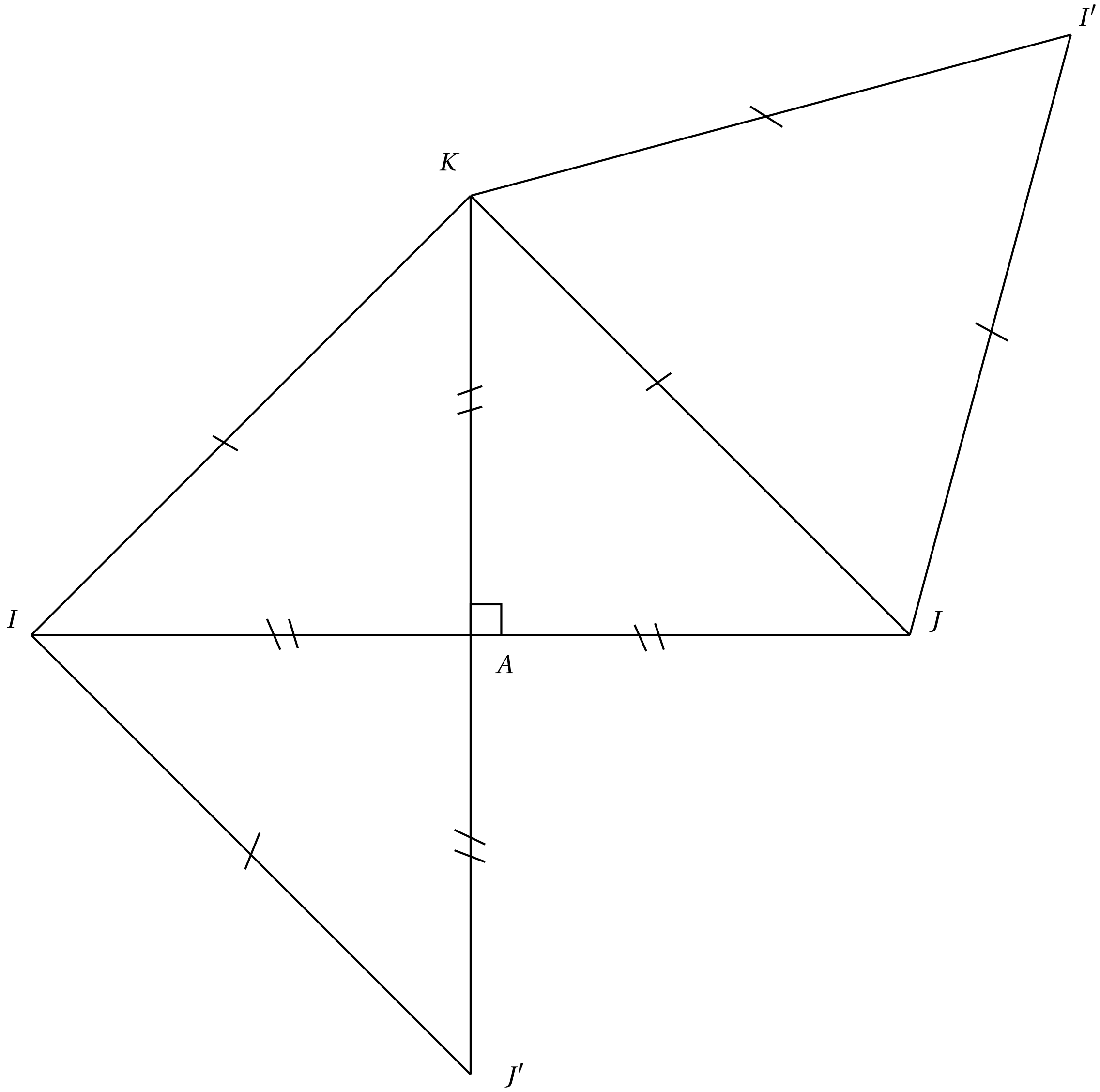
ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES — 12 points

Exercice 1

	Figure 1	Figure 2	Figure 3	Figure 4
Le triangle ABC est rectangle en A ?	Oui	Non	Non	Oui
Numéro(s) de la ou des propriétés permettant de le prouver	5	7 et 4	3	1

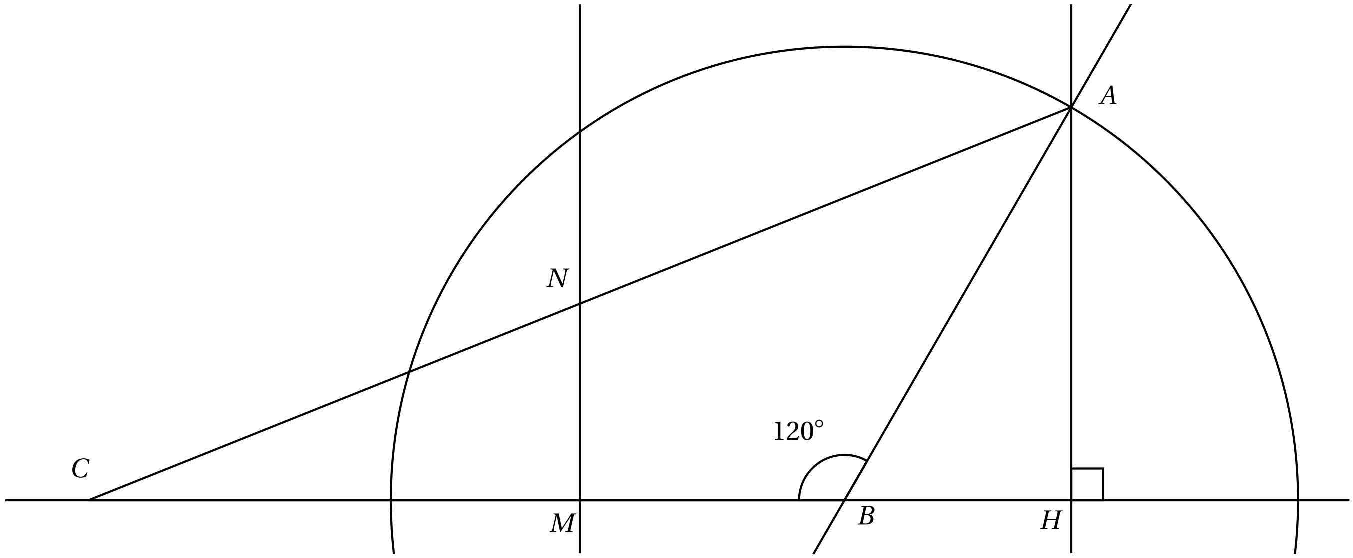
Exercice 2

1. $\dfrac{\text{AI} \times \text{AK}}{2} = \dfrac{6 \times 6}{2} = 18\ \text{cm}^2$.
2. $\dfrac{(\text{aire de AIK}) \times \text{AJ}}{3} = \dfrac{18 \times 6}{3} = \dfrac{18 \times 2}{1} = 36\ \text{cm}^3$
3. Volume du cube : $12^3 = 1\,728\ \text{cm}^3$
   $\dfrac{36}{1728} = \dfrac{1}{48}$. Le volume de la pymmide AIKJ représente $\dfrac{1}{48}$ du volume du cube.
4.



PROBLÈME **12 points**

1.



2. **a.** $180 - 120 = 60$. L'angle $\widehat{\text{ABH}}$ mesure 60 degrés.

b. Le triangle ABH est rectangle en H, on peut donc appliquer la trigonométrie :

$\sin\widehat{\text{ABH}} = \dfrac{\text{AH}}{\text{AB}}$ d'où $\sin 60° = \dfrac{\text{AH}}{6}$. Or $\sin 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, donc :

$\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\text{AH}}{6} \iff \sqrt{3} = \dfrac{\text{AH}}{3} \iff \text{AH} = 3\sqrt{3}$.

En appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle ABH, rectangle en H, on trouve :

$\text{AB}^2 = \text{AH}^2 + \text{BH}^2$ soit $6^2 = (3\sqrt{3})^2 + \text{BH}^2$.

Donc $\text{BH}^2 = 6^2 - (3\sqrt{3})^2 = 36 - 9 \times 3 = 36 - 27 = 9$. Donc BH = 3 cm.

CH = BH + BC = 3 + 10 = 13 cm. L'aire du triangle ACH rectangle en H est donc :

$\dfrac{\text{CH} \times \text{AH}}{2} = \dfrac{13 \times 3\sqrt{3}}{2} = \dfrac{39\sqrt{3}}{2}$ cm^2.

c. En appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle ACH, rectangle en H, on trouve :

$\text{AC}^2 = \text{AH}^2 + \text{CH}^2 = (3\sqrt{3})^2 + 13^2 = 9 \times 3 + 169 = 196$ donc $\text{AC} = \sqrt{196} = 14$ cm.

3. **a.** Voir figure.

b. On reconnaît une configuration de Thalès dans les triangles CNM et CAH. Comme (NM) // (AH) , on peut appliquer le théorème de Thalès.

$\dfrac{\text{NM}}{\text{AH}} = \dfrac{\text{CM}}{\text{CH}}$ soit $\dfrac{\text{NM}}{3\sqrt{3}} = \dfrac{6,5}{13}$ donc $\text{NM} = 3\sqrt{3} \times \dfrac{6,5}{13} = \dfrac{3\sqrt{3} \times 6,5}{13} = \dfrac{3\sqrt{3} \times 13}{26} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

c. Première méthode, grâce à la formule de l'aire du trapèze :

$\dfrac{(\text{grande base} + \text{petite base}) \times \text{hauteur}}{2} = \dfrac{(\text{AH} + \text{NM}) \times \text{MH}}{2}$.

$\text{AH} = 3\sqrt{3}$; $\text{NM} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$; $\text{MH} = \text{CH} - \text{CM} = 13 - 6,5 = 6,5$.

L'aire du trapèze AHMN est donc :

$$\frac{\left(3\sqrt{3} + \dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right) \times 6,5}{2} = \frac{\left(\dfrac{6\sqrt{3}}{2} + \dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right) \times 13}{4} = \frac{\dfrac{9\sqrt{3}}{2} \times 13}{4} = \frac{117\sqrt{3}}{8} \approx 25 \text{ cm}^2.$$

Deuxième méthode : pour calculer l'aire du trapèze AHMN, on soustrait à l'aire du triangle rectangle CAH (calculée dans la question 2b), celle du triangle rectangle CMN.

L'aire du trapèze AHMN est donc :

$$\frac{39\sqrt{3}}{2} - \frac{\text{CM} \times \text{NM}}{2} = \frac{39\sqrt{3}}{2} - \frac{6,5 \times \dfrac{3\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{39\sqrt{3}}{2} - \frac{\dfrac{21,5\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{39\sqrt{3}}{2} - \frac{19,5\sqrt{3}}{4} =$$
$$\frac{39\sqrt{3}}{2} - \frac{39\sqrt{3}}{8} = \frac{156\sqrt{3}}{8} - \frac{39\sqrt{3}}{8} = \frac{117\sqrt{3}}{8} \approx 25 \text{ cm}^2.$$