51 DN 120

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

Série Collège

MATHÉMATIQUES

Session 2005

LA RÉDACTION ET LA PRÉSENTATION SONT PRISES EN COMPTE POUR 4 POINTS

LES CALCULATRICES SONT AUTORISÉES conformément à la circulaire n° 99-186 du 16/11/1999

DU PAPIER MILLIMÉTRÉ SERA MIS À LA DISPOSITION DES CANDIDATS

DURÉE : 2 HEURES

36

ACTIVITES NUMERIQUES

Dans toute cette partie, les résultats des calculs demandés doivent être accompagnés d'explications, le barème en tiendra compte.

Exercice 1 :
Alain, Bernard et Charlotte décident de faire chacun une question de l'exercice suivant:

$$A = \frac{5}{4} - \frac{2}{3} \times \frac{9}{16} \quad , \quad B = \frac{16 \times 10^{-5} \times 3 \times 10^{4}}{24 \times 10^{-3}} \quad \text{et} \quad C = \sqrt{63} + 2\sqrt{7} - 5\sqrt{28}$$

1. Calculer A et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible .
2. Calculer B et donner le résultat sous forme d'un nombre entier.
3. Ecrire C sous la forme $a\sqrt{7}$, a étant un nombre entier relatif.

Alain calcule A et propose $A = \dfrac{21}{64}$; Bernard calcule B et propose $B = 2 \times 10^2$; Charlotte calcule C et propose $C = -5\sqrt{7}$.
Ces réponses vous semblent-elles satisfaisantes ? Justifiez vos affirmations.

Exercice 2 :
On considère l'expression $E = 4x^2 - 9 + (2x + 3)(x - 2)$.
1. Développer et réduire l'expression E .
2. Factoriser $4x^2 - 9$. En déduire la factorisation de l'expression E .
3. a) Résoudre l'équation $(2x + 3)(3x - 5) = 0$.
   b) Cette équation a-t-elle une solution entière ?
   c) Cette équation a-t-elle une solution décimale ?

Exercice 3 :

1. Calculer le PGCD des nombres 135 et 210 .
2. Dans une salle de bains, on veut recouvrir le mur situé au dessus de la baignoire avec un nombre entier de carreaux de faïence de forme carrée dont le côté est un nombre entier de centimètres le plus grand possible .
   a) Déterminer la longueur, en cm, du côté d'un carreau, sachant que le mur mesure 210 cm de hauteur et 135 cm de largeur .
   b) Combien faudra-t-il alors de carreaux ?

33

ACTIVITES GEOMETRIQUES .

Exercice 1 :

Démontrer, pour chacune des trois figures ci-dessous, que le triangle ABC est un triangle rectangle en utilisant les informations fournies.

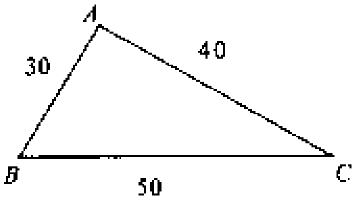


Figure n°1

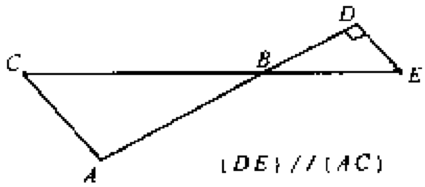


Figure n°2

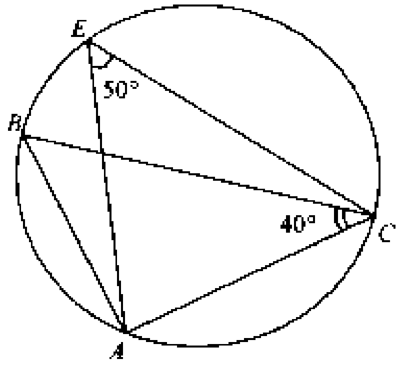


Figure n°3

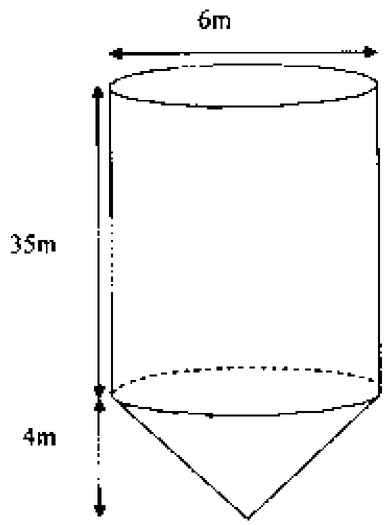
Exercice2 :

1. Tracer un segment $[EF]$ de 10 cm de longueur puis un demi-cercle de diamètre $[EF]$.
   Placer le point G sur ce demi-cercle , tel que $EG = 9$ cm.
   a) Démontrer que le triangle EFG est rectangle.
   b) Calculer la longueur GF arrondie au mm.

2. Placer le point M sur le segment $[EG]$ tel que $EM = 5{,}4$ cm et le point P sur le segment $[EF]$ tel que $EP = 6$ cm.
   Démontrer que les droites (FG) et (MP) sont parallèles.

Exercice 3 :

On s'intéresse dans cet exercice au réservoir de la fusée $XYZ2005$, nouveau prototype de fusée interplanétaire.
Ce réservoir est constitué d'un cône surmonté d'un cylindre, comme le montre le dessin ci-contre.
Le diamètre du réservoir est de 6 m , le cylindre mesure 35 m de hauteur et le cône 4 m de hauteur.



1. Calculer le volume total du réservoir ; on donnera d'abord la valeur exacte en m^3, puis la valeur en dm^3, arrondie au dm^3.
2. Le volume de ce réservoir est-t-il suffisant pour que les moteurs de la fusée fonctionnent pendant 10 minutes, sachant que ces moteurs consomment 1500 litres de carburant par seconde ?

<u>Rappels :</u> Volume d'un cône de hauteur h et de rayon de base R: $V=\frac{1}{3}\times\pi\times R^2\times h$.

Volume d'un cylindre de hauteur h et de rayon de base R : $V=\pi\times R^2\times h$.

PROBLEME .

Un théâtre propose deux tarifs pour la saison 2004-2005 :

- Tarif S : 8 € par spectacle .
- Tarif P : achat d'une carte de 20 € donnant droit à un tarif préférentiel de 4 € par spectacle.

1. Recopier et compléter le tableau suivant, sachant que Monsieur Scapin a choisi le tarif S et Monsieur Purgon le tarif P.

Nombre de spectacles	4	9	15
Dépense de M. Scapin en €			
Dépense de M. Purgon en €			

On suppose maintenant que Monsieur Scapin et Monsieur Purgon ont chacun assisté à x spectacles.

2. Exprimer en fonction de x le prix $s(x)$ payé par M. Scapin puis le prix $p(x)$ payé par M. Purgon.

3. Résoudre l'équation $8x = 4x + 20$. A quoi correspond la solution de cette équation ?

Sur une feuille de papier millimétré, mettre en place un repère orthogonal (placer l'origine O en bas à gauche, prendre 1cm pour 1 spectacle sur l'axe des abscisses et 1cm pour 5 € sur l'axe des ordonnées).

4. Représenter graphiquement les fonctions s et p définies respectivement par $s(x) = 8x$ et $p(x) = 4x + 20$.

5. Déterminer par lecture graphique, en faisant apparaître sur le dessin les tracés nécessaires :
    a. Le résultat de la question 3.
    b. Le tarif le plus avantageux pour un spectateur qui assisterait à 8 spectacles durant la saison .
    c. Le tarif le plus avantageux pour M. Harpagon qui ne souhaite pas dépenser plus de 50 € pour toute la saison. A combien de spectacles pourra-t-il assister ? Retrouver ce dernier résultat par le calcul.

39

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

Éléments de correction, recommandations et proposition de barème.

Les tableaux suivants fournissent quelques jalons et éléments de correction qui s'adressent à des professeurs et ne constituent évidemment pas un modèle de rédaction telle qu'elle est attendue des élèves. Comme indiqué dans les textes, 4 points sont consacrés à l'expression écrite et à la présentation.

ACTIVITES NUMERIQUES 12 points				
Exercice 1 *3 points*	1.	$A=\frac{7}{8}=\frac{21}{24}$, Alain a tort	*Justifier les affirmations signifie qu'on refusera toute réponse « sèche » et on exigera des calculs intermédiaires significatifs de la compréhension de l'élève.*	1pt
	2.	$B=200=2\times10^2$ Bernard a raison		1pt
	3.	$C=3\sqrt{7}+2\sqrt{7}-10\sqrt{7}=-5\sqrt{7}$. Caroline a raison		1pt
Exercice 2 *5 points*	1.	$E=6x^2-x-15$		1,5pt
	2.	$E=(2x+3)(3x-5)$		1pt
	3.	a. Les solutions sont $-\frac{3}{2}$ et $\frac{5}{3}$.		1,5 pt
		b. L'équation n'a pas de solution entière.		0,5
		c. L'équation a une solution décimale.		0,5
Exercice 3 *4 points*	1.	Le PGCD est 15	*Toute méthode bien conduite est acceptée*	2 pts
	2.	a. Le choix de carreaux de 15cm de côté est justifié par le PGCD	*On évaluera dans cette question la démarche qui conduit à choisir le PGCD*	1 pt
		b. Il faudra 9 carreaux en largeur et 14 en longueur soit 126 carreaux		1 pt

ACTIVITES GEOMETRIQUES 12 points				
Exercice 1 *4 points*		*On veillera à l'énoncé précis des hypothèses des théorèmes utilisés.(Réciproque du théorème de Pythagore, propriété des parallèles et des perpendiculaires, théorème de l'angle inscrit.*		1,5+1+1,5
Exercice 2 *4 points*	1.	a. G appartient au demi-cercle de diamètre $[EF]$.		1 pt
		b. Le théorème de Pythagore donne $GF=\sqrt{19}\approx4{,}358$, la valeur arrondie au mm est 44 mm.		1,5pt
	2.	$\frac{EM}{EG}=\frac{EP}{EF}=0{,}6$, l'ordre des points est respecté donc la réciproque du théorème de Thalès permet de conclure .		1,5pt

40

Exercice 3 *4 points*	1.	Le volume total est la somme du volume de la partie cylindrique et de celui de la partie cônique soit $V=315\pi+12\pi = 327\pi m^3$ c'est-à-dire 1027301 dm^3, arrondi au dm^3.		3 pts
	2.	La consommation en 10 minutes est $1500\times100\times60 = 900000$ litres, le fonctionnement est assuré.		1 pt

PROBLEME 12 points			
1.	Nombre de spectacles: 4, 9, 15 Dépense de M. Scapin en €: 32, 72, 120 Dépense de M. Purgon en €: 36, 56, 80		2 pts
2.	$s(x)=8x$, $p(x)=20+4x$		2 pts
3.	La solution $x=5$ correspond au nombre de spectacle pour lesquels M Scapin et M Purgon font la même dépense.		1,5 pt
4.			2,5pts
5.	a.		1 pt
	b. Il s'agit du *P*.		1 pt
	c. Graphiquement on trouve le tarif *P*, il verra 7 spectacles. Par le calcul, on résout les inéquations $8x\leq50$ et $4x+20\leq50$. La première donne $x\leq6,25$ et la seconde $x\leq7,5$. On retrouve le résultat graphique.		2 pts

Nombre de spectacles	4	9	15
Dépense de M. Scapin en €	32	72	120
Dépense de M. Purgon en €	36	56	80

41